**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

[ΕΙΣΑΓΩΓΗ 2](#_Toc474410942)

[Η ΤΕΧΝΗ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 4](#_Toc474410943)

[Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 8](#_Toc474410944)

[ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 11](#_Toc474410945)

[ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 12](#_Toc474410946)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διδασκαλία των μαθηματικών συχνά αποτελεί μία πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς, δεδομένης της φύσης του μαθήματος, που εμπεριέχει αρκετές και πολλές φορές δύσκολες έννοιες (Ahmad et al., 2013). Για το λόγο αυτό, η διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει να οργανωθεί με τρόπο τέτοιο, ώστε οι μαθητές μπορούν να αναπτύξουν μια θετική στάση προς τα μαθηματικά. Οι μαθητές πρέπει να μάθουν ότι τα μαθηματικά μπορούν να κάνουν τη ζωή τους ευκολότερη και έχουν εφαρμογή σε όλες τις εκφάνσεις της καθημερινής ζωής. Ως εκ τούτου, η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να λαμβάνει χώρα σε ένα περιβάλλον όπου οι μαθητές είναι πρόθυμοι να λάβουν μαθηματική γνώση, όπου μπορούν να κατανοήσουν μαθηματικές έννοιες πιο εύκολα και με πιο ουσιαστικό και ενδιαφέροντα τρόπο, χωρίς να θεωρούν το συγκεκριμένο μάθημα ως απλά δύσκολες έννοιες και στυγνούς αριθμούς (Goktepe και Ozdemir, 2013).

Μέσα από την ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία αυτού του μαθήματος, υποστηρίζεται πως οι μαθητές δείχνουν αυξημένο ενδιαφέρον και θετική στάση απέναντι στη μάθηση των μαθηματικών, ενώ παράλληλα επηρεάζεται θετικά και η σχολική τους επίδοση σε αυτό το μάθημα (Goktepe και Ozdemir, 2013). Συνολικά, διάφοροι μελετητές (Liu, 2003; Goktepe και Ozdemir, 2013) υποστηρίζουν ότι η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία των μαθητών ενέχει τα παρακάτω οφέλη: α) αύξηση της υποκίνησης των μαθητών και ανάπτυξη θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά, (β) συμβάλλει στην εξήγηση δύσκολων εννοιών και της σύγχυσης που οι μαθητές ενδεχομένως να αντιμετωπίζουν με μια ανάλυση της ανάπτυξης των μαθηματικών, (γ) ενισχύει την ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων συλλογισμού των μαθητών με τη χρήση των ιστορικών προβλημάτων, (δ) αποκαλύπτει τις ανθρωπιστικές πτυχές της μαθηματικής γνώσης, (ε) χρησιμοποιεί τις ζωές των μαθηματικών ως πλατφόρμα για να εισαγάγει και να ενσταλάξει καλές ηθικές αξίες όπως η εντιμότητα, η εργατικότητα και η αποφασιστικότητα, και τέλος στ) παρέχει έναν οδηγό, βάσει του οποίου οι εκπαιδευτικοί των μαθηματικών μπορούν να επεξεργαστούν το μάθημά τους.

Εκτός από την ιστορία των μαθηματικών, όμως, σημαντική είναι και η συνεισφορά της τέχνης. Αρκετοί ερευνητές (π.χ. Werner, 2001; Gullat, 2008; Kosky και Curits, 2008; Wilmot και Schäfer, 2015) υποστηρίζουν ότι η χρήση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι σημαντική, διότι ενισχύει την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία της μάθησης. Επιπλέον, προσφέρει καλύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Για παράδειγμα, ο Gullat (2008) υποστηρίζει ότι η χρήση της τέχνης βοηθά τα παιδιά να κατανοήσουν την έννοια της συμμετρίας, μέσα από την σύνθεση των μαθηματικών και της αισθητικής.

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι να εξεταστεί πώς μπορεί η τέχνη και η ιστορία των μαθηματικών να ενσωματωθεί στη διδασκαλία των μαθηματικών, ποια είναι τα πλεονεκτήματα που προσφέρει, καθώς και ποιες είναι οι προϋποθέσεις για αυτήν την ενσωμάτωση.

Το ενδιαφέρον για τη διεξαγωγή αυτής της έρευνας απορρέει από το γεγονός ότι η διδασκαλία των μαθηματικών αποτελεί μία πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς, εξαιτίας του ότι εμπεριέχει αφηρημένες έννοιες, ενώ παράλληλα απαιτεί και την ύπαρξη αρκετών γνώσεων και δεξιοτήτων από μέρους των μαθητών, όπως αναλυτική σκέψη και ικανότητα επίλυσης προβλημάτων. Ως εκ τούτου, έχει ενδιαφέρον να εξετάσουμε κατά πόσο η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών και της τέχνης μπορεί να συμβάλλει στην υποκίνηση των μαθητών, την ενεργό συμμετοχή τους στο μάθημα, καθώς και την ενίσχυση της μαθησιακής τους διαδικασίας. Παράλληλα, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να προσδιοριστούν τα εμπόδια σε αυτή τη διαδικασία, ούτως ώστε να καταδειχθούν οι προϋποθέσεις αποτελεσματικής ενσωμάτωσης της ιστορίας των μαθηματικών και της τέχνης στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών.

Η ΤΕΧΝΗ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ο όρος «περιβάλλον μάθησης» για τη διδασκαλία και εκμάθηση των μαθηματικών έχει χρησιμοποιηθεί από τους εκπαιδευτικούς κατά τις τελευταίες δεκαετίες, δηλαδή ήδη από τη δεκαετία του 1980, σε μία προσπάθεια να εμπλέξει τους μαθητές, τόσο διανοητικά όσο και σωματικά, για να τους καταστήσει ενεργούς κατά τη μαθησιακή διαδικασία, καθώς καλούνται να εφαρμόσουν τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες τους σε νέες και ολοένα και περισσότερο δύσκολες καταστάσεις. Σε αυτό το πλαίσιο, νέες προσεγγίσεις έχουν διερευνηθεί για να τους δώσουν ευκαιρίες να εμπλακούν οι ίδιοι στη διαδικασία της μάθησης, και όχι μόνο τη λήψη πληροφοριών. Αυτές οι προσεγγίσεις θα πρέπει να παρέχουν ένα περιβάλλον μάθησης για τους μαθητές που συμβάλλουν στη δημιουργία εμπιστοσύνης στην εκμάθηση, ιδίως των μαθηματικών (Guedes et al., 1998; Ward, χ.χ.).

Διάφορες επιστημονικές μελέτες υποστηρίζουν τη σημασία ενός ολοκληρωμένου περιβάλλοντος μάθησης. Πιο συγκεκριμένα, οι έρευνες σχετικά με τον εγκέφαλο αποδεικνύουν ότι μαθησιακές δραστηριότητες που διεγείρουν τόσο τις γνωστικές όσο και τις συναισθηματικές περιοχές του νου είναι ζωτικής σημασίας για τη βέλτιστη ανάπτυξή του. Η συνδυασμένη διέγερση αυτών των περιοχών αυξάνει την ποσότητα των νευρωνικών συνδέσεων που υπάρχουν στον εγκέφαλο. Στην ουσία επιτρέπει ο ίδιος ο εγκέφαλος να γίνει πιο ολοκληρωμένος. Μαθαίνοντας τα μαθηματικά και τις τέχνες μαζί, καλλιεργείται η συνολική εγκεφαλική ανάπτυξη (DeLeo, 2003; Baird, 2015).

Σε αυτό το πλαίσιο, η χρήση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να βελτιώσει σημαντικά τη μάθηση και την κατανόηση των βασικών μαθηματικών εννοιών και του μαθηματικού λεξιλογίου. Αυτό ισχύει διότι η τέχνη εμπλέκεται με το δεξί ημισφαίριο του εγκεφάλου των παιδιών, το οποίο είναι ένα κρίσιμο μέρος της ικανότητάς τους να μάθουν τις μαθηματικές έννοιες και το μαθηματικό λεξιλόγιο. Εκτός από αυτό, οι καλλιτεχνικές δραστηριότητες συνδέονται με το συναίσθημα και αυτό με τη σειρά του με την αυθεντική μάθηση (Teacher Support Force, 2013). Επιπρόσθετα, τονίζεται ότι η χρήση της τέχνης βελτιώνει την απόδοση των αριστερόχειρων παιδιών, που μαθαίνουν διαφορετικά από ότι τα δεξιόχειρα παιδιά, καθώς εμπλέκεται με το δεξί ημισφαίριο του εγκεφάλου, όπως αναφέρθηκε. Με τον τρόπο αυτό, βελτιώνονται οι ικανότητες ανάγνωσης των παιδιών και το λεξιλόγιό τους, συμβάλλοντας και στην καλύτερη μάθηση στον τομέα των μαθηματικών, όπως προαναφέρθηκε (Teacher Support Force, 2013α).

Εκτός των παραπάνω, η ενσωμάτωση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να συμβάλλει ώστε το μάθημα να ανταποκρίνεται στις ανάγκες όλων των μαθητών, ανεξάρτητα από το μαθησιακό τους στυλ και από την πολλαπλή νοημοσύνη τους (DeLeo, 2003), δεδομένου ότι κάθε μία από τις πολλαπλές νοημοσύνες συνδέεται με διάφορες πτυχές των τεχνών (π.χ. μουσική, κίνηση) (Baird, 2015). Επιπρόσθετα, υποστηρίζεται ότι μέσα από τη χρησιμοποίηση της τέχνης, ενισχύεται η μαθηματική λογική, η εσωτερική κινητοποίηση των μαθητών, η οπτική φαντασία, καθώς και η δημιουργικότητα, με αποτέλεσμα την καλύτερη επίδοσή τους στο μάθημα των μαθηματικών (Brezovnik, 2015).

Τέλος, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως η χρησιμοποίηση καλλιτεχνικών εμπειριών καθιστά το μάθημα περισσότερο ενδιαφέρον (DeLeo, 2003; Brezovnik, 2015), βοηθώντας τους μαθητές να αποβάλουν το άγχος που συνήθως συνοδεύει τη διδασκαλία των μαθηματικών (DeLeo, 2003). Η ένταξη των τεχνών στη διδασκαλία των μαθηματικών πηγάζει από την αντίληψη ότι οι τέχνες διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην ενεργό διατήρηση της προσοχής και συμμετοχής των μαθητών κατά τη διδασκαλία του μαθήματος, με την ενθάρρυνση της εκμάθησης από μέρους τους μέσω ενός φυσικού τρόπου (Werner, 2001; Gullat, 2008; Kosky και Curits, 2008; Baird, 2015). Αυτό σημαίνει πως, οι τέχνες προσκαλούν τους μαθητές να συνεργαστούν μεταξύ τους, διεγείροντας τα συναισθήματά τους και καλώντας τους να χρησιμοποιήσουν τις γνωστικές τους ικανότητες, καθώς μαθαίνουν μέσα από τις τέχνες (Baird, 2015). Μάλιστα, η συνεργασία αυτή βοηθά όλους τους μαθητές να μετέχουν στη μαθησιακή διαδικασία, ανεξάρτητα από το πολιτισμικό και κοινωνικοοικονομικό τους υπόβαθρο (Baird, 2015; Ward, χ.χ).

Ιδιαίτερα για τους μαθητές όπου η μητρική τους γλώσσα διαφέρει από την επίσημη γλώσσα του εκπαιδευτικού συστήματος (π.χ. μετανάστες / πρόσφυγες), η τέχνη μπορεί να οδηγήσει στην αναπαράσταση και στην εκμάθηση αφηρημένων αλγεβρικών και γεωμετρικών εννοιών. Η ζωγραφική, η μουσική, τα παραδοσιακά έθιμα, μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να μάθουν μαθηματικά σχήματα και έννοιες καλύτερα, μέσα από την αναπαράσταση αυτών, καθώς δυσκολεύονται με το λεξιλόγιο μίας γλώσσας που δεν είναι η μητρική τους. Η ενσωμάτωση της τέχνης στο μάθημα των μαθηματικών επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές τους να κάνουν συνδέσεις μεταξύ της πραγματικής ζωής και τις εμπειρίες μάθησης στην τάξη (Ward, χ.χ.).

Καθημερινά αντικείμενα, μοτίβα αρχαιολογικών μνημείων και διάφορα στοιχεία του πολιτισμού μίας χώρας μπορούν να συμβάλλουν στη διδασκαλία των μαθηματικών, προκειμένου οι μαθητές να κατανοήσουν αφηρημένες γεωμετρικές και αλγεβρικές έννοιες (Guedes et al., 1998; Gullat, 2008). Άλλωστε, αναφέρεται πως η χρήση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών βοηθά τους μαθητές να γεφυρώσουν το χάσμα που υπάρχει μεταξύ των συγκεκριμένων και των αφηρημένων μαθηματικών ιδεών (DeLeo, 2003). Ορισμένες δραστηριότητες που προτείνονται για τη χρήση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι οι εξής (Riley, 2012):

1. Η δημιουργία νιφάδων χιονιού από χαρτί είναι μια ευχάριστη και ενδιαφέρουσα τρόπος μελέτης της έννοιας της συμμετρίας, δεδομένου ότι οι νιφάδες χιονιού είναι ένα μεγάλο παράδειγμα της ακτινικής συμμετρίας (Riley, 2012).
2. Χειροτεχνία: οι μαθητές κόβουν διάφορα γεωμετρικά σχήματα από χαρτί για κολάζ. Αυτό βοηθά στη διδασκαλία και ενίσχυση της κατανόησης των σχημάτων (Riley, 2012).
3. Ανάμειξη χρωμάτων, καθώς οι αναμείξεις αυτές βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της αναλογίας (Riley, 2012).
4. Μουσικές αναλογίες: ο εκπαιδευτικός γεμίζει διάφορα ποτήρια με νερό σε διαφορετική στάθμη και προσθέτει διαφορετικό χρώμα στο κάθε ένα. Στη συνέχεια ζητά από τους μαθητές να γράψουν την αναλογία που παρατηρούν σε κάθε ποτήρι και να σκεφτούν πώς η αναλογία αυτή παράγει διαφορετικό μουσικό ήχο (Bittman, 2014)
5. Οι μαθητές δημιουργούν ένα χταπόδι από χαρτί και με τον τρόπο αυτό μπορούν να κατανοήσουν τις έννοιες της διαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και των αναλογιών (κλασμάτων) (Bittman, 2014)

Η ύπαρξη γνώσεων, ικανοτήτων, δεξιοτήτων και διάθεσης από μέρους των εκπαιδευτικών να εντάξουν την τέχνη στη διδασκαλία των μαθηματικών αποτελεί την κυριότερη προϋπόθεση για αυτή τη διαδικασία (Rooney, 2004; Brezovnik, 2015). Η υποστήριξη της συν-διδασκαλίας από μέρους του διευθυντή της σχολικής μονάδας, καθώς και η συνεργασία με επαγγελματίες και φορείς της τοπικής κοινότητας, μπορούν να συμβάλλουν στην καλύτερη αξιοποίηση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών (Rooney, 2004). Επίσης, υποστηρίζεται πως οι μαθητές επιδεικνύουν διαφορετική προτίμηση στα είδη τέχνης, κάτι που θα πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά το σχεδιασμό του μαθήματος με τη χρήση της τέχνης (Brezovnik, 2015). Τέλος, οι Wilmot και Schäfer (2015) αναφέρουν πως η έλλειψη εξοπλισμού, σε συνδυασμό με το αυστηρό αναλυτικό πρόγραμμα που προωθείται από την κεντρική διοίκηση και που δεν αφήνει πολλά περιθώρια ευελιξίας στους εκπαιδευτικούς, αποτελεί ένα σημαντικό εμπόδιο στην αξιοποίηση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών.

Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα μαθηματικά έχουν διαδραματίσει σημαντικό ρόλο σε όλη την ιστορία της επιστήμης. Ως αποτέλεσμα του σημαντικού τους ρόλου, η διαδικασία της διδασκαλίας των μαθηματικών θα πρέπει να καθιστά το μάθημα ενδιαφέρον, αλλά και να συμβάλλει στην καλύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Η ιστορία των μαθηματικών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίτευξη αυτών των στόχων (Goktepe και Ozdemir, 2013).

Η ιστορία των μαθηματικών έχει χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών από τις δεκαετίες 1960 και 1970, αλλά ο σημαντικός ρόλος της ιστορίας των μαθηματικών στη διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης έχει αυξηθεί τα τελευταία 20 χρόνια. Καθώς τα μαθηματικά είναι ένας από τους σημαντικότερους κλάδους που δημιουργήθηκε από τον άνθρωπο, τα στάδια ανάπτυξής του θα πρέπει να καταδειχθούν στους μαθητές σε ένα διασκεδαστικό τρόπο. Επιπλέον, ιστορικά στοιχεία σχετικά με τα μαθηματικά από διαφορετικές κουλτούρες μπορούν να λάβουν μέρος στο προγράμματος σπουδών, στο πλαίσιο της διαπολιτισμικότητας. Συνολικά, αναγνωρίζονται πέντε λόγοι για τους οποίους η ιστορία των μαθηματικών θα πρέπει να συμπεριληφθεί στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών: α) η ιστορική γνώση αυξάνει την υποκίνηση των μαθητών και τους βοηθά να αναπτύξουν μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά, β) βλέποντας τα εμπόδια κατά την ανάπτυξη των μαθηματικών στο παρελθόν, επιτρέπει στους μαθητές να δουν τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν στην παρούσα χρονική στιγμή, γ) η επίλυση προβλημάτων από την ιστορία βοηθά την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών, δ) η ιστορία αναδεικνύει την ανθρώπινη πλευρά της μαθηματικής γνώσης και ε) η ιστορία των μαθηματικών είναι ένας οδηγός για τους εκπαιδευτικούς (Goktepe και Ozdemir, 2013). Οι Panasuk και Horton (2013) υποστηρίζουν και αυτοί ότι η συναρπαστική ζωή των μαθηματικών επιστημόνων μπορεί να τους αυξήσει το ενδιαφέρον για το μάθημα αυτό, αλλά και να τους δηλώσει ότι ακόμα και επιστήμονες έχουν αντιμετωπίσει δυσκολίες με αυτό το επιστημονικό πεδίο.

Ο Ho (2008) αναφέρει και αυτός με τη σειρά του πως, η αξιοποίηση της ιστορίας των μαθηματικών στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών μπορεί να οδηγήσει στην επίτευξη των παρακάτω στόχων: α) την αύξηση των κινήτρων των μαθητών να συμμετάσχουν στο μάθημα και να αναπτύξουν μια θετική στάση προς τα μαθηματικά, β) την καλύτερη επεξήγηση των εννοιών που προκαλούν σύγχυση στους μαθητές και των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν κατά την ανάλυση της ανάπτυξης των μαθηματικών, γ) την ενίσχυση της ανάπτυξης των μαθηματικών δεξιοτήτων συλλογισμού των μαθητών από τη χρήση των ιστορικών προβλημάτων, δ) την αποκάλυψη των ανθρωπιστικών πτυχών της μαθηματικής γνώσης, ε) την χρησιμοποίηση της ζωής των μαθηματικών ως πλατφόρμα για να μπορέσει ο εκπαιδευτικός να εισάγει και να ενσταλάξει καλές ηθικές αξίες στους μαθητές, όπως η εντιμότητα, η εργατικότητα και η αποφασιστικότητα, και στ) την παροχή ενός οδηγού με την οποία οι εκπαιδευτικοί μπορούν να σχεδιάσουν και να επεξεργαστούν το μάθημά τους.

Επίσης, το γεγονός ότι οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν πιο ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και να εκτιμήσουν την τεράστια σημασία των μαθηματικών, αναφέρεται και από τους Fauvel και van Maanen (1997). Οι συγγραφείς επίσης αναφέρουν και πως η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών μπορεί να ενδυναμώσει τους μαθητές με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες και να υποστηρίξει τη μαθησιακή διαδικασία αυτών. Επιπρόσθετα, οι συγγραφείς τονίζουν και τη συμβολή της ιστορίας των μαθηματικών στην αξιολόγηση των μαθητών, η οποία μπορεί να επεκταθεί και σε άλλα πεδία, όπως είναι η συγγραφή project. Με αυτόν τον τρόπο αυξάνεται το ενδιαφέρον των μαθητών για το συγκεκριμένο μάθημα, αλλά και η ευχαρίστησή τους κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Συνολικά, η αξιοποίηση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία αυτού του μαθήματος μπορεί να συμβάλλει στη μείωση του άγχους των φοιτητών για τα μαθηματικά, την αύξηση των κινήτρων τους να εμπλακούν στη μαθησιακή διαδικασία ενεργά, στην περισσότερο θετική τους στάση τους απέναντι στη μάθηση γενικά, στην εκμάθηση μαθηματικών θεμάτων και εννοιών, καθώς και στην αποκάλυψη της πολυπολιτισμικότητας, της ανάπτυξης και της δυναμικής δομής των μαθηματικών (Liu, 2003; Goktepe και Ozdemir, 2013; Panasuk και Horton, 2013; Butuner, 2015). Τονίζεται επίσης πως, η ιστορία των μαθηματικών μπορεί να εμπλουτίσει το ρεπερτόριο των δασκάλων και να τους βοηθήσει να αναπτύξουν το περιεχόμενο των παιδαγωγικών τους γνώσεων (Butuner, 2015). Υπό το πρίσμα αυτό, η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να ιδωθεί τόσο ως εργαλείο, όσο και ως στόχος. Από τη σκοπιά της αξιοποίησης της ιστορία των μαθηματικών ως εργαλείο, τα οφέλη αφορούν κυρίως την εκμάθηση των εσωτερικών θεμάτων των μαθηματικών (μαθηματικές έννοιες, θεωρίες, μεθόδους, τύπους), ενώ Από τη σκοπιά της αξιοποίησης της ιστορία των μαθηματικών ως στόχο, τα οφέλη αφορούν την εκμάθηση της ιστορίας των μαθηματικών για την καλύτερη εκμάθηση των μαθηματικών: κατά τη χρήση της ιστορίας ως στόχο, η εκμάθηση των αναπτυξιακών και εξελικτικών πτυχών των μαθηματικών μπορεί να λειτουργήσει ως αυτοσκοπός ή να χρησιμεύει για να τονίσει άλλες ιστορικές πτυχές του πεδίου αυτού (Butuner, 2015).

Ορισμένοι τρόποι με τους οποίους μπορεί να ενσωματωθεί η ιστορία των μαθηματικών στη διδασκαλία αυτού του μαθήματος είναι οι εξής (Ho, 2008):

1. Συγγραφή ερευνητικών projects βασισμένων σε ιστορικά κείμενα
2. Ανάγνωση ιστορικών αποσπασμάτων
3. Αναφορά και επίλυση ιστορικών μαθηματικών προβλημάτων
4. Μηχανικά μέσα ή αρχαία όργανα υπολογισμού
5. Πειραματικές μαθηματικές δραστηριότητες
6. Ταινίες και ντοκυμαντέρ

Όπως και στην περίπτωση της ενσωμάτωσης της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών, έτσι και στην περίπτωση της ενσωμάτωσης της ιστορίας των μαθηματικών, σημαντικός είναι ο ρόλος που διαδραματίζει ο εκπαιδευτικός (Fauvel και van Maanen, 1997; Panasuk και Horton, 2013). Κατά συνέπεια, η ύπαρξη των απαραίτητων γνώσεων και ικανοτήτων, αλλά και της διάθεσης από μέρους των εκπαιδευτικών, σχετικά με τα οφέλη της ενσωμάτωσης της ιστορίας των μαθηματικών στο μάθημα και της αξιοποίησης αυτού του πεδίου, αποτελούν σημαντική προϋπόθεση για την επίτευξη αυτής της διαδικασίας. Σε αυτήν την κατεύθυνση, ο εκπαιδευτικός χρειάζεται πρακτική καθοδήγηση και υποστήριξη σε διάφορους τομείς, όπως το να αναγνωρίζει τη συμβολή της ιστορίας των μαθηματικών, το να οργανώσει το μάθημά του, να αξιοποιήσει στοιχεία της ιστορίας των μαθηματικών και να εμπλέξει ενεργά τους μαθητές στη μαθησιακή διαδικασία, αλλά και ως προς τη διαδικασία αξιολόγησης των μαθητών (Fauvel και van Maanen, 1997). Επίσης, σημαντική είναι η απόκτηση γνώσης σχετικά με την ιστορία των μαθηματικών και το πώς αυτή μπορεί να διδαχθεί στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης (Panasuk και Horton, 2013).

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μέσα από την προηγηθείσα ανάλυση καταδείχθηκε πως, τόσο η τέχνη, όσο και η ιστορία των μαθηματικών, μπορούν να συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση των αφηρημένων ιδεών της άλγεβρας και της γεωμετρίας, ενώ παράλληλα μπορούν να οδηγήσουν και στην εκμάθηση και αποστήθιση του μαθηματικού λεξιλογίου. Η χρήση αυτών των δύο πεδίων στη διδασκαλία των μαθηματικών καθιστά το μάθημα πιο ελκυστικό και ενδιαφέρον, υποκινώντας τους μαθητές να συμμετάσχουν ενεργά σε αυτό, αλλά και διατηρώντας την προσοχή τους. Επιπρόσθετα, καταδείχθηκε ότι αυτά τα δύο πεδία έχουν τη δυνατότητα να παράσχουν στους μαθητές πληροφορίες σχετικά με το πώς η καθημερινή ζωή και τα πολιτισμικά στοιχεία συνδέονται με τα μαθηματικά. Έτσι, γεφυρώνεται το χάσμα μεταξύ των καθημερινών εμπειριών των μαθητών και των εμπειριών μέσα στην τάξη, όπως προκύπτουν από τη μαθησιακή διαδικασία. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία ιδίως στην περίπτωση αλλόγλωσσων μαθητών, καθώς η αναπαράσταση μαθηματικών σχημάτων μέσω της τέχνης μπορεί να συμβάλλει στην καλύτερη κατανόησή τους. Εκτός των παραπάνω, η ενσωμάτωση της τέχνης και της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών μπορεί να οδηγήσει στην αυξημένη σχολική επίδοση των μαθητών σε αυτό το μάθημα.

Ωστόσο, αναφέρθηκε πως ο εκπαιδευτικός διαδραματίζει σημαντικό παράγοντα σε αυτή τη διαδικασία. Κατά συνέπεια, η επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών, αναφορικά με τα πλεονεκτήματα που αποφέρει η τέχνη και η ιστορία των μαθηματικών στη διδασκαλία του συγκεκριμένου μαθήματος, αλλά και αναφορικά με την αξιοποίηση αυτών στη μαθησιακή διαδικασία, αποτελεί μία σημαντική προϋπόθεση για τη χρήση αυτών των πεδίων στη διδασκαλία των μαθηματικών. Μία ακόμη σημαντική προϋπόθεση είναι η αναδιαμόρφωση του αναλυτικού προγράμματος, το οποίο θα πρέπει να γίνει περισσότερο ευέλικτο, ώστε οι εκπαιδευτικοί να έχουν τη δυνατότητα να εντάξουν και άλλα πεδία σε αυτό, όπως η τέχνη και η ιστορία των μαθηματικών. Συνεπώς, η διαθεματικότητα στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών και η μερική αυτονομία των εκπαιδευτικών, αποτελούν μία δεύτερη προϋπόθεση, που είναι σημαντική για την ενσωμάτωση της τέχνης και της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία αυτού του μαθήματος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ahmad, R.R., Jaaman, S.H., Majid, N., Rambely, A.S. (2013). Challenges in Teaching and Learning Mathematics in the Transition to English Medium. *Recent Advances in Educational Technologies*, 25, 146-149.
2. Baird, D. (2015). I*ntegrating the Arts in Mathematics Teaching*. Master of Teaching Department of Curriculum, University of Toronto.
3. Bittman, E. (2014). How to Use Creative Art Projects to Make Your Students Love Math. Ανακτήθηκε από: https://www.weareteachers.com/how-to-use-creative-art-projects-to-make-your-students-love-math/
4. Brezovnik, Α. (2015). The benefits of fine art integration into mathematics in primary school. *CEPS Journal*, 5(3), 11-32.
5. Butuner, S.O. (2015). Using History of Mathematics to Teach Volume Formula of Frustum Pyramids: Dissection Method. *Universal Journal of Educational Research,* 3(12), 1034-1048.
6. DeLeo, J. (2003). Arts and Mathematics: An Integrated Approach to Teaching. Ανακτήθηκε από: http://www.expressionsacademy.org/files/Mathematics%20Justin%20PDF.pdf
7. Fauvel, J., van Maanen, J. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion Document for an ICMI Study (1997–2000). *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 255-259.
8. Goktepe, S., Ozdemir, A.S. (2013). An example of using history of mathematics in classes. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1(3), 125-136.
9. Guedes, Ε.Μ., Zandonadi, R.M., Lobao, D.C. (1998). Teaching and Learning Mathematics through Art: a multicultural approach. Ανακτήθηκε από: http://www.alm-online.net/images/ALM/conferences/ALM05/proceedings/ALM05-proceedings-p071-076.pdf
10. Gullatt, D. (2008). Enhancing student learning through arts integration: Implications for the profession. *The High School Journal*, 91(4), 12-25.
11. Ho, W. K. (2008). Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore. Paper presented at the 1st RICE, Singapore: Raffles Junior College. Ανακτήθηκε από: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.459.5255&rep=rep1&type=pdf
12. Kosky, C., Curtis, B. (2008). An action research exploration integrating student choice and arts activities in a sixth grade social studies classroom*. Journal of Social Studies Research,* 32(1), 22-27.
13. Liu, P. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.
14. Panasuk, R.M., Horton, L.B. (2013). Integrating History of Mathematics into the Classroom: Was Aristotle Wrong?. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(2), 37-46.
15. Riley, S. (2012). Ways to Integrate Art and Math in an Elementary Classroom. Ανακτήθηκε από: https://educationcloset.com/2012/05/15/ways-to-integrate-art-and-math-in-an-elementary-classroom/
16. Rooney, R. (2004). Arts-Based Teaching and Learning. Ανακτήθηκε από: https://pdfs.semanticscholar.org/cb63/fd5dd2396fa1482a5e64c5abdcf16e5141d2.pdf
17. Teacher Support Force (2013). Teaching Math With Art Helps Children Remember Key Concepts. Ανακτήθηκε από: http://www.teacher-support-force.com/teaching-math-with-art.html
18. Teacher Support Force (2013α). Art in education may be used to increase reading comprehension skills. Ανακτήθηκε από: http://www.teacher-support-force.com/artineducation.html
19. Ward, R.( χ.χ.). Integrating Mathematics and the Visual Arts. Ανακτήθηκε από: https://rusmp.rice.edu/uploadedFiles/Programs\_and\_Courses/TCSRJ3%20math%20and%20visual%20arts.pdf
20. Werner, L. (2001). Changing student attitudes toward math: Using dance to teach math. *Arts for Academic Achievement*, 1, 1-9.
21. Wilmot, D., Schäfer, J. (2015). Visual arts and the teaching of the mathematical concepts of shape and space in Grade R classrooms*. South African Journal of Childhood Education,* 5(1), 62-84.